

大規模乱流場の特性の評価*

(第4報, 乱流レイノルズ数とKolmogorov普遍定数について)

蒔田秀治*¹, 飯田明由*², 佐々浩司*¹Evaluation of the Characteristic Features of a Large-Scale Turbulence Field
(4th Report, On Turbulence Reynolds Number and Kolmogorov Universal Constant)

Hideharu MAKITA, Akiyoshi IIDA and Koji SASSA

Analyses were made on a homogeneous turbulence field with large turbulence intensity generated by a mechanical turbulence generator in a small wind tunnel. The large turbulent Reynolds numbers, $Re_1 > 3000$ and $Re_\lambda > 200$, were obtained in the present experiment. These values were proven to exceed the criteria allowing the wide inertial subrange to exist in the energy spectra. The turbulent Reynolds numbers decreased monotonously in the stream-wise direction and attained a quasi-steady state for about $X/M \geq 50$. These results suggest that it is possible to simulate the fluid dynamical phenomena of the actual large-scale turbulent flow fields in the test section of a small wind tunnel. The universal constant of Kolmogorov, α , was determined from the spectral distributions. The resultant value, $\alpha \approx 0.64$, agreed closely to those obtained in the recent results of field experiments and theoretical analyses.

Key Words: Turbulence, Wind Tunnel, Atmospheric Boundary Layer, Reynolds Number, Power Spectrum, Inertial Subrange, Local Similarity Hypothesis.

1. 緒言

工学的問題の対象となる流体機械内部の流れや、自然界の流れ場はレイノルズ数の大きな乱流場である事が多い。このような乱流場は複雑であり、その解析に決定論的手法とならんで統計的手法が多く用いられるのは、乱流の諸統計量中の規則性から、乱流場を支配する統計的法則が見いだされるからである。

Kolmogorovの局所相似仮説⁽¹⁾は乱流場の統計的解析法において最も重要なものであり、高レイノルズ数乱流場の統計的特徴の一つとして、エネルギースペクトル分布が流体の粘性に依存しない慣性小領域を持つ事を示している。このことは、管内流⁽²⁾、乱流境界層⁽³⁾、噴流⁽⁴⁾といった工学的に基本的な流れ場のみでなく、大気乱流場^{(5)~(9)}や潮流⁽¹⁰⁾など多くの高レイノルズ数の乱流場で確認されている。

しかし、統計理論的な取り扱いが容易であり、最も基本的な等方性乱流に近い特性を有する格子乱流場では大型風洞を用いた少数例^{(11)~(12)}が報告されているに

すぎない。このため慣性小領域におけるエネルギースペクトル分布関数 ($E_1(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$) 中のKolmogorov普遍定数 α は測定によってばらつきが大きく、必ずしも信頼し得る値が得られてはいない。この様に高レイノルズ数の乱流場の特性に関する実験的研究は十分ではなく、工学的に重要な流れ場に関する乱流場の諸統計量の影響を理論的に正確に予測する事が困難となっている⁽¹³⁾。

実測、実験が困難である場合が多い、大気拡散、海洋汚染等の具体的な問題においては、汚染物質の拡散速度や汚染範囲の理論的予測、更には、それらを人工的に制御するための拡散機構の理論的説明などの必要性から、大規模乱流の特性、乱流拡散の機構の説明が工学的に重要視されている。したがって、高レイノルズ数乱流の特性を近似しうる乱流場を実験室内において実現し、その諸特性から実際の高レイノルズ数乱流場の根本的なパラメータの設定を行う事は乱流の諸現象を説明する上で非常に重要である。

本研究において開発された乱流発生装置は、乱流強度や渦スケールが大きく、高レイノルズ数乱流場の諸特性をその下流に実現し得ることを前報まで^{(14)~(16)}

* 昭和63年3月31日 第65期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和62年10月26日。

*¹ 正員、豊橋技術科学大学 (〒440 豊橋市天伯町字雲雀ヶ丘1-1)。

*² 学生員、豊橋技術科学大学。

に述べた。本報では、通常、格子乱流場を規定するために用いられる格子サイズに基づくレイノルズ数に替わり、乱流場の特性に基づく乱流レイノルズ数を求め、本乱流場が実際の高レイノルズ数乱流場に相当する特性を有する事を示すとともに、Kolmogorovの局所相似仮説に基づき本乱流場の普遍定数を求め、他者の実験値との比較を通じてその妥当性について言及する。

主な記号

- k : 波数
 L : インテグラルスケール(= L_{ux} : 主流方向変動成分のインテグラルスケール)
 M : 乱流発生装置のメッシュ寸法
 m, n : べき指数(2式)
 q^2 : 乱流エネルギー(= $u'^2 + v'^2 + w'^2$)
 Re_M : 格子のメッシュ寸法に基づくレイノルズ数($U_0 M / \nu$)
 Re_L : インテグラルスケールに基づく乱流レイノルズ数(1式)
 Re_λ : マイクロスケールに基づく乱流レイノルズ数(1式)
 U_0 : 主流方向平均流速
 U_c : $X/M=120$ における主流方向平均流速(代表速度)
 u_1 : 特性速度(= $\sqrt{q^2/3}$)
 u', v', w' : X, Y, Z 方向速度変動成分のRMS値
 X, Y, Z : 主流方向, 鉛直方向, 水平方向座標
 α : Kolmogorov定数(5式)
 ϵ : エネルギー散逸率(= $-d(q^2/2)/dt$)
 η : Kolmogorovの逸渦スケール(= $(\nu^3/\epsilon)^{1/4}$)
 λg : Taylorのマイクロスケール(= $\sqrt{15 u_1^2 \nu / \epsilon}$)
 ν : 動粘性係数

2. 実験装置

実験は既報⁽¹⁴⁾に詳細に示したように、小型低乱風洞(測定部: 断面0.7×0.7m、長さ6m)に乱流発生装置を組合わせて行った。主流流速 $U_c=1\sim 7\text{m/s}$ 、乱流強度が40~10%程度の乱れの強い乱流場中において、Xプローブおよび定温度型熱線流速計を用いて平均流速、速度変動、スケール等を計測した。Xプローブはワイヤ径3.1 μm 、検査体積が0.7×0.7×0.2mm³である。最小渦スケールは約0.1~1.5mm程度であり、プローブの空間分解能と同程度かやや小さく、周波数解析において高周波数域($U_c=5\text{m/s}$ 時に約1.2kHz以上)に誤差を含む可能性があるが、低周波領域においては十分な分解能を持つ。データ解析にはFFTアナライザとマイクロ

コンピュータを使用した。

3. 乱流レイノルズ数

表1に示す様に、本乱流場の格子のメッシュ寸法に基づくレイノルズ数 Re_M の大きさは、 $U_c=1\sim 7\text{m/s}$ の範囲において $3\sim 22\times 10^3$ の範囲にあるが、その諸特性は $Re_M\sim 10^6$ 程度の格子乱流場に相当する^{(14)~(16)}。したがって、大気乱流やレイノルズ数の大きな管内流、噴流など性質や乱れの発生過程の異なる他の乱流場との比較を行うためには、乱流場の性質に基づき、全ての乱流場の比較が行なえるような無次元量が必要となる。乱流場の特性を表現する無次元量として乱流強度と渦スケールに基づく2種類の乱流レイノルズ数⁽¹⁷⁾が次式のように定義されている。

$$Re_L = \frac{u_1 \cdot L}{\nu}, \quad Re_\lambda = \frac{u_1 \cdot \lambda g}{\nu} \quad (1)$$

ここで $u_1=\sqrt{q^2/3}$ は乱流エネルギーに基づく特性速度、 L はエネルギーの大部分を含む大規模渦のスケール(等方性乱流の場合にはインテグラルスケール L_{ux})、 λg はTaylorのマイクロスケールである、 λg は最小渦のスケール η よりは大きく大規模渦のスケール L よりも小さな渦の尺度であり、エネルギー散逸 ϵ に関する乱れの小規模渦のスケールを示す。

図1、2に乱流レイノルズ数 Re_L 、 Re_λ の下流方向変化を示す。 Re_L 、 Re_λ とも $Re_M(U_c)$ が増加するほど大きくなっている事、また、それらが下流方向に減衰するが、破線で示したあたりから減衰が小さくなる事を示している。Batchelor⁽¹⁸⁾は特性速度、インテグラルスケール、マイクロスケールが下流方向距離のべき乗に比例して変化すると、下記のように仮定した。

$$u_1^2 \propto X^{-n} \\ L_{ux} \propto X^m \quad (2)$$

$$\lambda g \propto \left(\frac{X}{n}\right)^{\frac{1}{2}}$$

既報⁽¹⁶⁾に示したように、本乱流場も $X/M \geq 40$ において(2)式が成立するような平衡状態に達していると思なす事ができる。そこでは、 Re_L 、 Re_λ の下流方向変化は、

$$Re_L \propto X^{-\frac{n}{2}+m} \\ \text{および} \\ Re_\lambda \propto X^{-\frac{n+1}{2}} \quad (3)$$

と表わせる。本乱流場では $U_c=1\sim 7\text{m/s}$ 、 $X/M \geq 40$ において $1.21 \leq n \leq 1.35$ 、 $0.117 \leq m \leq 0.300$ であり、上式の指数は表1に示すように負となるため、 Re_L 、 Re_λ は流れ方向に減少する。図中の実線はそれぞれの流速条件

におけるべき指数から求めた乱流レイノルズ数の下流方向変化を示しており、実験結果は下流域ではこれによく一致している。即ち、乱流エネルギーの減衰がべき法則、(2)式に従うと思われる領域($X/M \geq 40$)では乱流レイノルズ数の下流方向変化は(3)式によって近似できることを示している。TatsumiとKida⁽¹⁹⁾は、数値計算により Re_L 、 Re_λ が下流方向距離のそれぞれ-0.4乗~-0.2乗、-0.2乗~-0.1乗に比例する事を示している。本実験結果は表1に示すように、この値に近いが、本実験のインテグラルスケールの増加率は風洞壁面等の影響により、理論値より小さくなる⁽¹⁶⁾ため、 Re_L の変化率に差が生じる。

Batchelor⁽¹⁸⁾は $m=-(n/2)+1$ とし、乱流エネルギーの減衰率 $n=1$ のとき、乱流レイノルズ数が(3)式より格子下流の測定領域内で一定となる事から、インテグラルスケール、スペクトル分布等の諸量は下流方向に相似となり、乱流場は自己保存的、すなわち、エネルギースペクトル分布が統計的に安定な状態に達すると考えた。しかし、Batchelor自身が指摘している様に、乱れの減衰はエネルギーを含む渦の調整過程そのものであり(カスケードモデル)、乱れの寿命はエネルギーを含む渦の特性時間と同程度となるため、大きな渦は統計的安定状態になるのに充分な時間を持たない。このため、乱流レイノルズ数は厳密には一定になり得ない。

Townsendらの実験⁽²⁰⁾⁽²¹⁾では格子の形状や Re_λ の異なる乱流場の減衰初期において、 $n=1$ 、 Re_λ 一定の結果が得られているが、他の平衡状態に達したと思われる多くの格子乱流場⁽²²⁾⁽²³⁾では $n>1$ となり、流れ方向に乱流レイノルズ数は一定にはならない。本乱流場においても乱流レイノルズ数は一定ではないが、図1、2のほぼ破線より下流の領域では減衰の極初期の値に比べ、変化の絶対量が小さく、乱流レイノルズ数

がほぼ一定になることから、この領域において乱流場は自己保存的な準平衡状態と見なす事ができると思われる。破線の位置が流速によって変化することは、スペクトルの相似性や、乱れの寿命と関連しており、次報において説明する。

Kolmogorovの局所相似仮説は、高乱流レイノルズ数の乱流場の高波数領域におけるエネルギースペクトル分布が相似になることを示している。本乱流場においても $X/M=50$ では、各流速の高波数領域におけるスペクトル分布は相似になる⁽¹⁵⁾また、乱流渦間のエネルギー移動が粘性に依存しない、慣性小領域が明確に存在している。慣性小領域が存在するための十分条件⁽¹⁶⁾は乱流レイノルズ数 Re_L 、 Re_λ を用いて以下の様に表される。

$$Re_L^{3/8} \gg 1, \quad Re_\lambda^{3/4} \gg 1 \quad (4)$$

(4)式は第3報⁽¹⁶⁾に示した $L/\eta \gg 1$ の条件と同様な意味を持つ。 $X/M=50$ における本乱流場の Re_L 、 Re_λ を他の格子乱流場^{(22)~(25)}や、大気乱流中⁽⁵⁾⁽⁸⁾での測定値とともに表1に示す。大気乱流では $Re_L^{3/8} > 100$ であるが、Batchelor⁽¹⁸⁾の予測の様に一般の実験室における乱流場では $Re_L^{3/8} \leq 10$ であり、通常の格子乱流中ではStewart⁽²⁶⁾が示した様に慣性小領域が存在するほど大きな Re が得られない。格子乱流中で明確な慣性小領域の観察を行ったのはKistlerとVrebarovich⁽¹¹⁾が最初であり、大型加圧風洞を用いて Re_λ が 2.4×10^6 に達する乱流場を実現した。このとき $Re_L^{3/8} = 35$ である。本乱流場では、 $U_c=3\text{m/s}$ 以上でスペクトル中に2桁以上の慣性小領域が存在することから、 $Re_L^{3/8} \approx 20$ が十分に広い慣性小領域を持つ条件の下限と見なしても良いと思われる。

乱流レイノルズ数は、通常インテグラルスケールを決定する事が難しいために、 Re_L よりも Re_λ の方が多く

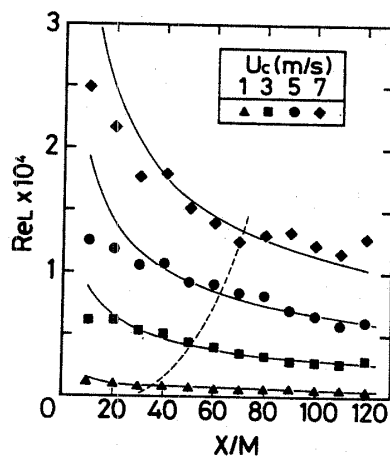


図1. 乱流レイノルズ数 Re_L の下流方向変化

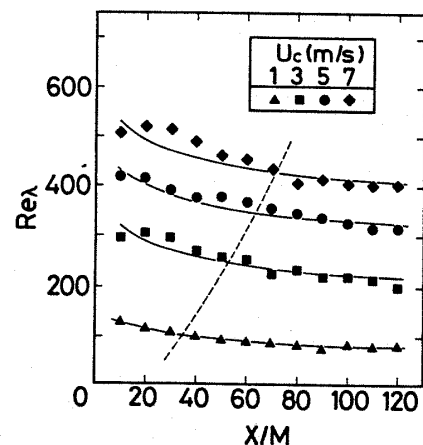


図2. 乱流レイノルズ数 Re_λ の下流方向変化

表1. 乱流レイノルズ数

Experiment	Re_m	u_1 (m/s)*	L (mm)	λ_m (mm)	Re_L	Re_λ	$Re_L^{\frac{2}{3}}$	$Re_\lambda^{\frac{2}{3}}$	$\frac{-u+1}{2}$	$\frac{-u+1}{2}$	X/M
Present work by turbulence generator	3.1×10^3	0.086	141	15.3	813	88	12	29	-0.175	-0.375	50
	9.3	0.394	163	9.7	4280	255	23	64	-0.155	-0.469	50
	15.6	0.695	197	8.2	9126	380	31	86	-0.115	-0.458	50
	21.8	1.008	225	6.7	15118	460	37	99	-0.105	-0.488	50
Grid Turbulence											
Kistler et al. ⁽¹¹⁾	2400.0	1.200	47.8	2.4	13300	669	35	131	0	—	45
Uberoi ⁽²²⁾	26.4	0.336	—	3.4	201**	75	7	25	-0.1	—	48
Comte-Bellot & Corsin ^{(23) (24)}	34.0	0.222	24.0	4.9	355	72	9	25	-0.13	-0.23	42
Van Atta & Chen ⁽²⁵⁾	17.0	0.205	—	3.6	—	49	—	19	-0.17	—	45
—	25.3	0.124	—	4.2	433**	35	10	14	—	—	48
Turbulent Shear Flow											
Champagne ^{(4) #1}	370***	—	—	0.6	—	626	—	125	—	—	—
Champagne et al. ^{(29) #2}	—	0.244	47.0	8.0	765	130	12	38	—	—	—
Atmospheric Turbulence											
Sheih et al. ^{(5) #3}	—	0.52	—	144	—	4830	—	579	—	—	—
Williams & Paulson ^{(8) #4}	—	2.96	—	—	—	1410	—	230	—	—	—
—	—	5.37	—	—	—	4280	—	529	—	—	—

*: $u' = v' = w'$ の時 $u_1 = u'$ **; $Re_L = u_1^2 / \epsilon \nu$ ⁽³⁶⁾ ***; ノズル径をもとにしたレイノルズ数
 #1; 軸対称噴流, #2; 一様せん断流, #3; 高度108mにおいて計測, #4; 接地境界層

用いられる。GibsonとSchwarz⁽²⁷⁾は Re_λ が数百から数千のオーダの乱流場において慣性小領域が存在すると予測したが、Laufer⁽²⁾やBradshaw⁽²⁸⁾は Re_λ が200~300以上の乱流場において慣性小領域が観察される事を示した。本実験においても $U_c = 3\text{m/s}$ 以上では Re_λ が200を越えており、 $Re_\lambda > 200$ を慣性小領域が明確に存在するための条件としてよいと推測される。 $U_c = 7\text{m/s}$ の場合にはKistlerとVrebalovich⁽¹¹⁾の結果とほぼ同程度の乱流レイノルズ数が得られた。このことも本乱流場が $Re_m \sim 10^6$ の格子乱流場に匹敵する特性を備えていることを示している。

さらに、スケールの大きな大気乱流中では $Re_\lambda \sim 10^3$ であり、本乱流場の値に比べ桁程度大きい。これらの計測は主として接地境界層中で行われており、実験室においてもせん断乱流中ではもっと大きくなる可能性がある。たとえば、Champagneら⁽²⁹⁾の一樣せん断乱流中の実験では格子乱流と同程度の乱れ強さにもかかわらず $Re_\lambda = 130$ を得ている。本研究室においても、本乱流場にせん断を加える研究が行われているが、その結果は接地境界層中での拡散現象やビル風の問題など高レイノルズ数の流れ場を必要とする大規模乱流場のより正確なシミュレーションを小型風洞中で実現することを可能にするものと考えている。

4. 局所相似仮説と普遍定数

Kolmogorovの局所等方性理論によれば、高乱流レイノルズ数の乱流場ではエネルギーを含む渦のスケール L より小さなスケールの渦のエネルギースペクトルの分布は ϵ と ν によって一義的に決定される。さらにその内でもKolmogorovの散逸渦スケール η より大きなスケール

を持つ領域の乱流渦の構造、慣性小領域中のエネルギースペクトルは ν に依存せず ϵ のみにより一義的に決定され、エネルギースペクトル分布は

$$E_1(k)/(\epsilon \nu^5)^{\frac{1}{4}} = \alpha (k\eta)^{-\frac{5}{3}} \quad (5)$$

と表される。ここで α はKolmogorov普遍定数と呼ばれ、流れ場によらない普遍定数であるとされている⁽¹⁾。したがって、 α が決定されれば慣性小領域でのスペクトル分布が一義的に決定される。一般に、慣性小領域が存在するほど大きなレイノルズ数を持った乱流場の解析は大気乱流や、特殊な実験的乱流場中のものに限られており、以下のような制約がある。

- (1) 格子乱流では乱流エネルギーの減衰がべき乗則に従うため散逸 ϵ が比較的簡単に決定できるのに対して、大気乱流場では散逸の決定に速度成分の直接微分を求める必要がある。
- (2) 大型加圧風洞による格子乱流場では、 ν が小さくなるため、最小渦スケール η が小さくなり、プロブの空間分解能を高めてはならない。
- (3) 噴流等のせん断乱流では一樣等方性乱流の仮定が使えないことによって解析が複雑になる。
- (4) 通常の格子乱流場では計測上の制約は少なくなるが、乱流レイノルズ数が小さいためKolmogorov普遍定数を正確に決定することができない。

本研究では乱流発生装置を用いる事によって、これらの問題を克服しうる乱流場を実現し得たため、Kolmogorov普遍定数 α をより正確に測定することが可能であると思われる。 α を求めるためSchedvinら⁽¹²⁾と同様に(5)式を変形し

$$(k\eta)^{\frac{5}{3}} \cdot E_1(k)/(\epsilon \nu^5)^{\frac{1}{4}} = \beta \quad (6)$$

を求めた。慣性小領域では β は一定値になり、 α と等しくなる。 $k\eta$ に対し β をプロットしたものを図3に示す。 β の分布はレイノルズ数が増加するほど平坦な領域が広がるが、慣性小領域と見なし得る波数領域においても β は完全な一定値とはならず、高波数領域にやや大きな値を持つ台形型の分布をしている。Schedvinら⁽¹²⁾の大型風洞を用いた高レイノルズ数の格子乱流場の場合にも同様な傾向が見られる。ここでは、スペクトル上では慣性小領域と考えられる波数領域での β の平均値を α とみなした。表2に示した各流速における α の値は $X/M=40, 50, 60, 70, 80, 90, 100$ の7点における値の平均値である。この領域では乱流場の異方性が小さく($u'/v'=1.2$ 程度)、乱流エネルギーの減衰が X のべき乗に比例する。さらに、最下流の $X/M=100$ においても測定部出口より2m上流であり、出口付近の外乱による影響を無視し得るため ϵ の測定精度が高いと考えられる。

図3に示された実線は、検証のため全ての α の平均値(0.635)を用いてHeisenbergの近似式⁽³⁰⁾

$$\frac{E(k)}{(\epsilon\nu^5)^{1/4}} = \alpha(k\eta)^{5/3} [1 + (8.213\alpha)^3 (k\eta)^4]^{1/3} \quad (7)$$

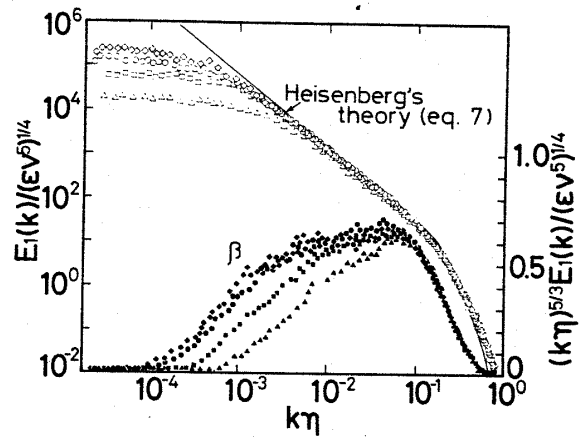
に基づきスペクトル分布を計算したものである。各流速とも慣性小領域と思われる部分と実線はよく一致し、本実験によって得られた α の値と(7)式によってエネルギースペクトル分布が正確に表わされる事を示している。粘性散逸領域において測定値と計算値にわずかに不一致が見られる。これは高波数領域ではHeisenbergスペクトルがスペクトル分布関数の厳密解⁽¹³⁾と一致せず近似精度が落ちることや、プローブの大きさによる測定精度上の誤差のためと思われる。

図4はDickeyとMellor⁽³¹⁾にならい、 Re_λ に対して α をプロットしたものである。 Re_λ の小さな乱流場では、慣性小領域が広い波数に渡って存在しないため、 α の測定精度が低く、大気乱流に比べ低めに報告されてきた。本乱流場では Re_λ は大気乱流に比べ小さいが、 α は0.61~0.65の範囲にあり、大気乱流の値に近い。

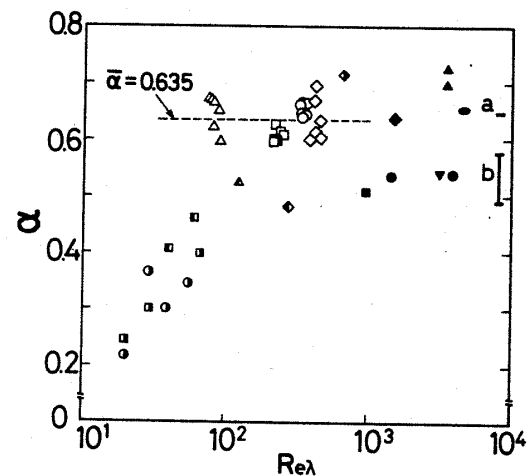
これらの値はGrantら⁽¹⁰⁾以来支持されてきた0.4~0.5⁽¹⁴⁾に比べて大きい。Kraichnan⁽³²⁾によるLagrange履歴直接相互作用(LHDI)近似による計算では $0.49 < \alpha < 0.58$ の結果が得られており、特に最近のHerringとKraichnan⁽³³⁾のstrain-based abridged LHDIによる計算では $\alpha = 0.65$ であり本実験における値に近い。また、図4に示すように、最近の大気乱流の測定結果は多少のばらつきはあるものの、0.5~0.7の範囲にあり、本乱流場の測定結果と同程度の値を示してい

表2. Kolmogorov定数

U_c (m/s)	1	3	5	7	Average
α	0.639	0.612	0.655	0.632	0.635

図3. Kolmogorov定数 α の決定と1次元パワースペクトラム ($X/M=50$)

$E_1(k)/(\epsilon\nu^5)^{1/4}$: $\triangle, U_c=1\text{m/s}; \square, 3\text{m/s}; \circ, 5\text{m/s}; \diamond, 7\text{m/s}$
 $(k\eta)^{5/3} E_1(k)/(\epsilon\nu^5)^{1/4}$: $\triangle, U_c=1\text{m/s}; \square, 3\text{m/s}; \circ, 5\text{m/s}; \diamond, 7\text{m/s}$

図4. Re_λ に対する α の依存性

風洞実験による結果:

本実験結果: $\triangle, U_c=1\text{m/s}; \square, 3\text{m/s}; \circ, 5\text{m/s}; \diamond, 7\text{m/s}$;
 $\bullet$, Stewart & Townsend⁽²¹⁾; $\blacksquare$, Batchelor & Townsend⁽²⁰⁾;
 $\blacksquare$, Comte-Bellot & Corrsin⁽²⁴⁾; $\triangle$, Champagne et al.⁽²⁹⁾;
 $\diamond$, Schedvin et al.⁽¹²⁾; $\blacklozenge$, Kistler & Vrebalovich⁽¹¹⁾

大気乱流中の結果:

$\bullet$, Williams & Paulson⁽⁸⁾; $\blacksquare$, Boston & Burling⁽⁷⁾;
 $\blacklozenge$, Gibson et al.⁽⁹⁾; $\bullet$, Sheih et al.⁽⁵⁾; $\blacktriangledown$, Grant et al.⁽¹⁰⁾;
 $\blacktriangle$, Van Atta & Chen⁽⁶⁾

(以上本実験結果以外はDickey et al.⁽³¹⁾から引用、破線は本実験の平均値0.635を示す。)

数値計算による結果:

a, Herring et al.⁽³³⁾; b, Kraichnan⁽³²⁾

る。接地境界層の場合、地形の影響や強いせん断によって等方性の仮定が使えない場合もあるが、測定位置が高いとそれらの影響を受けにくく、Sheihら⁽⁵⁾の航空機を用いた実験結果(高度108mにおける大気乱流中で計測、 $\alpha = 0.655$)と本実験結果が非常に良く一致することも、本実験において測定された α の精度が高いことを示していると思われる。

(5)式から $\varepsilon = (E(k)k^{5/3}/\alpha)^{3/2}$ であり、信頼性の高い α の値が実験的に決定された事により大気乱流のように散逸 ε の測定が困難な乱流場において、比較的容易に測定できるエネルギースペクトル $E(k)$ から、散逸 ε を推定する事が可能になる。Driscollら⁽³⁴⁾は α をパラメータとした数値モデルによってエネルギースペクトルを全波数に渡って計算しており、このようなモデルでは正確な α の値を必要としている。また、富山⁽³⁵⁾はモデルの計算精度を α の値を判定基準の一つとして取りあげているように、本実験により求められた α を数値シミュレーションによって得られるエネルギースペクトル分布の検証に利用する事ができる。

この様に α の決定は乱流の統計的構造の決定やそれらを基にした理論的計算の数値に重要であり、測定上の制約の少ない本乱流場における測定結果に基づいて決定された α の値は工学的な利用価値が高いと思われる。

5. 結論

乱流発生装置により形成された乱流場を解析した結果、以下の知見が得られた。

- (1) スペクトル中に慣性小領域が明確に存在するほど十分に大きな乱流レイノルズ数が得られた。
- (2) 慣性小領域の存在条件は、 $Re_L > 3000$ あるいは、 $Re_\lambda > 200$ であると思われる。
- (3) 乱流レイノルズ数は下流方向距離のべき乗に比例して減少するが、下流域においてほぼ一定とみなせる領域が存在する。風洞測定部中におけるこのような準平衡領域の存在は、拡散等の工学的基礎実験の場に適用しており、工学的利用価値が高い。
- (4) これらの事は、小型風洞内においても大気乱流中の拡散現象やビル風問題等のシミュレーションがより正確に行なえる事を示している。
- (5) 信頼度の高いKolmogorov普遍定数 α の値(約0.64)が求められ、それは最近の大気乱流中における実測値や、数値計算の結果とよく一致する。

(6) 本実験において求められた α を用いたHeisenbergのスペクトル計算の結果は、本乱流場によって得られたエネルギースペクトルの測定結果と良く一致する。

謝辞

本研究は昭和59～61年度文部省科学研究費一般研究(C)の補助を受けて行われた研究の一部である。

本研究の遂行にあたり適切な助言を賜った佐藤浩東京大学名誉教授ならびに古屋善正名古屋大学名誉教授に謝意を表する。

文献

- (1) Kolmogorov, A.N., C. R. Acad. Sci. USSR, 30 (1941), 301.
- (2) Laufer, J., NACA TM No. 1174 (1954).
- (3) Perry, A.E., Lim, K.L. & Henbest, S.M., J. Fluid Mech., 177 (1987), 437.
- (4) Champagne, F.H., J. Fluid Mech., 86 (1978), 67.
- (5) Sheih, C.M., Tennekes, H. & Lumley, J.L., Phys. Fluids, 14 (1971), 201.
- (6) Van Atta, C.W. & Chen, W.Y., J. Fluid Mech., 44 (1970), 145.
- (7) Boston, N.E.J. & Burling, R.W., J. Fluid Mech., 55 (1972), 473.
- (8) Williams, R.M. & Paulson, C.A., J. Fluid Mech., 83 (1977), 547.
- (9) Gibson, C.H., Stengen, G.R. & Williams, R.B., J. Fluid Mech., 41 (1970), 153.
- (10) Grant, H.L., Stewart, R.W. & Moilliet, A., J. Fluid Mech., 12 (1962), 241.
- (11) Kistler, A.L. & Vrebarovich, T., J. Fluid Mech., 26 (1966), 37.
- (12) Schedvin, J., Stengen, G.R. & Gibson, C.H., J. Fluid Mech., 65 (1974), 561.
- (13) 箕 友正編, 乱流現象の科学, (1986), 第6章, 東京大学出版.
- (14) 蒔田・ほか3名, 機論, 53-495, B(昭62), 3173.
- (15) 蒔田・ほか3名, 機論, 53-495, B(昭62), 3180.
- (16) 蒔田・ほか3名, 機論, 54-497, B(昭63), 37.
- (17) Hinze, J.O., Turbulence 2nd ed., (1975), McGraw-Hill.
- (18) Batchelor, G.K., The theory of homogeneous turbulence, (1953), Cambridge Univ. Press.
- (19) Tatsumi, T. & Kida, S., J. Phys. Soc. Japan, 49 (1980), 2014.
- (20) Batchelor, G.K. & Townsend, A.A., Proc. R. Soc., Ser. A193 (1948), 539.
- (21) Stewart, R.W. & Townsend, A.A., Phil. Trans. R. Soc., Ser. A243 (1951), 359.
- (22) Uberoi, M.S., Phys. Fluids, 6 (1963), 1048.
- (23) Comte-Bellot, G. & Corrsin, S., J. Fluid Mech., 25 (1966), 657.
- (24) Comte-Bellot, G. & Corrsin, S., J. Fluid Mech., 48 (1971), 273.
- (25) Van Atta, C.W. & Chen, W.Y., J. Fluid Mech., 38 (1969), 743.
- (26) Stewart, R.W., Proc. Camb. Phil. Soc., 47 (1951), 146.
- (27) Gibson, C.H. & Schwarz, W.H., J. Fluid Mech., 16-3 (1963), 365.
- (28) Bradshaw, P., NPL Aero. Rep., 1220 (1967).
- (29) Champagne, F.H., Harris, V.G. & Corrsin, S., J. Fluid Mech., 41 (1970), 81.
- (30) Heisenberg, W., Z. Physik, 124 (1948), 628.
- (31) Dickey, T.D. & Mellor, G.L., Phys. Fluids, 22-6 (1979), 1029.
- (32) Kraichnan, R.H., Phys. Fluids, 9 (1966), 1728.
- (33) Herring, J.R. & Kraichnan, R.H., J. Fluid Mech., 91 (1979), 581.
- (34) Driscoll, R.J. & Kennedy, L.A., Phys. Fluids, 26-5 (1983), 1228.
- (35) 富山 泰伸, 第18回流体力学講演会講演集, (1986), 246.
- (36) Penven, L.L., Gence, J.N. & Comte Bellot, G., Frontiers in Fluid Mechanics, (1985), 1, Springer Verlag.

討 論

〔質問〕 木田 重雄

〔京都大学数理解析研究所〕

(1) 図3では β 一定の領域はみられない(特に $U_c=1\text{ m/s}$ と $U_c=3\text{ m/s}$ については)が, β の平均値 α を求められたのはどの範囲か。

(2) コルモゴロフ定数に関してだが, Navier-Stokes 方程式の直接数値シミュレーションでも $\alpha \approx 0.6$ が得られていることをコメントしておく(付1)。

(3) 粘性領域ではスペクトルの形はどのようになるか。Kida-Murakami (付1), Sreenivasan (付2)によれば指数形である。Heisenbergの近似式はここではよい近似とは言えないと思うがいかがか。

〔回答〕 (1) 本文中でも述べたように慣性小領域とみなされる領域において β の値は完全な一定値にならず高波数側がやや大きくなる。この傾向はSchedvinら⁽¹²⁾の大形風洞を用いた実験にもみられる。本研究ではスペクトル分布が波数の $-5/3$ 乗にほぼ比例しているとみなせる以下の波数領域における β の平均値から α を求めた。

$$U_c=1\text{ m/s} \quad 10^{-2} \sim k\eta \sim 1.25 \times 10^{-1}$$

$$U_c=3\text{ m/s} \quad 5 \times 10^{-3} \sim k\eta \sim 1.25 \times 10^{-1}$$

$$U_c=5, 7\text{ m/s} \quad 3 \times 10^{-3} \sim k\eta \sim 1.25 \times 10^{-1}$$

なお本文中には示していないが $k\eta=0.1 \sim 0.125$ 付近に散逸スペクトル $k_1^2 E_1(k_1)$ はピーク値を持ち、スペクトル分布もこの付近で波数の $-5/3$ 乗に比例しなくなる。高波数側の波数はこのことをもとに決定した。

(2) 貴重なご指摘に感謝する。 N - S 方程式の直接数値シミュレーションによるKolmogorov定数と実

験結果がよく一致することから実験結果の信頼性がより高められたと考えられる。また本論文投稿後に山本ら(付3)は直接シミュレーションによって $\alpha \approx 0.69$ を得ている。

(3) 粘性領域におけるスペクトルの形については、現在のところプローブの空間分解能などの問題から関数形を厳密に決定することは困難であると考えられるが、著者らも指数形のスペクトルについて検討しており、このことについては別報にて発表する予定である。

現在得られているスペクトルの測定結果によれば、指数形とHeisenberg近似によるスペクトル分布の差が大きくなる粘性領域では測定値は両者の中間の値をとり、指数形とHeisenberg近似の実験値に対する近似精度は同程度であったので、よく知られているHeisenbergの近似を本論中に示した。また慣性小領域における近似はHeisenbergの式で十分であると考えられる。

ただし、ご指摘のようにHeisenbergの近似は粗いものであり、指数形のスペクトルのほうがより正確な近似であると思われる。今後、粘性領域におけるスペクトル分布についてDriscollら⁽³⁴⁾やKidaらの方法をもとにして、より正確な近似式を求めたいと考えている。

(付1) S. Kida and Y. Murakami, *Phys. Fluid*, **30**, 2030, (1987).

(付2) K. R. Sreenivasan, *J. Fluid Mech*, **151**, (1985), 81.

(付3) 山本, 細川, 第19回流体力学講演会講演集, (昭62), 148.