

Coupled Channel and Optical Model Approaches to Low-Energy Heavy-Ion Reactions

Woonyoung SO · Tae-Hyung KIM

Department of Radiological Science, Kangwon National University at Dogye, Samcheok 25913, Korea

Kyungsik KIM

School of Liberal Arts and Science, Korea Aerospace University, Koyang 10540, Korea

Ki-Seok CHOI · Myung-Ki CHEOUN*

Department of Physics, Soongsil University, Seoul 06978, Korea and
Origin of Matter and Evolution of Galaxy (OMEG) Institute, Soongsil University, Seoul 06978, Korea

(Received 6 November 2016 : revised 1 December 2016 : accepted 5 December 2016)

We describe theoretical backgrounds for the coupled channel and the optical model approaches for explaining low-energy heavy-ion reactions. In order to explain the physics behind the reactions, first, we extract the total fusion cross-sections for the ${}^9\text{Be} + {}^{208}\text{Pb}$ system by using the coupled channel method in which both projectile and target excitations can be included. Also, for a more intuitive understanding, we introduce the optical model method and apply it to the elastic scattering for the ${}^{11}\text{Be} + {}^{64}\text{Zn}$ system when ${}^{11}\text{Be}$ nuclei are weakly-bound neutron-rich nuclei. The Coulomb dipole excitation and the long-range nuclear potentials turn out to be effective for describing the heavy-ion reactions for neutron-rich nuclei. Finally, we introduce a nuclear reaction experiment that can be performed using the RAON accelerator.

PACS numbers: 24.10.-i, 25.70.Jj

Keywords: Coupled-channel, Optical model, Heavy-ion reaction, Neutron-rich nuclei, Coulomb excitation potential, Long-range nuclear potential

저에너지 중핵반응에 대한 결합채널 및 광학모델 방법의 소개

소운영 · 김태형

강원대학교 방사선학과, 삼척 25913, 대한민국

김경식

한국항공대학교 교양학부, 고양 10540, 대한민국

최기석 · 천명기*

승실대학교 물리학과, 서울 06978, 대한민국
승실대학교 우주물질 연구소, 서울 06978, 대한민국

(2016년 11월 6일 받음, 2016년 12월 1일 수정본 받음, 2016년 12월 5일 게재 확정)



저에너지 중핵반응을 설명하기 위한 결합채널 및 광학모델 방법에 대한 이론적 배경과 관련데이터를 설명하였다. 구체적인 계산 방법을 설명하기 위해, 우선, 결합채널 방법을 이용하여 $^9\text{Be} + ^{208}\text{Pb}$ 계의 총 핵융합 단면적 σ_{TF} 을 계산하였다. 또한, 느슨하게 묶인 중성자 과잉 핵종인 ^{11}Be 을 이용하여 광학모델 방법으로부터 $^{11}\text{Be} + ^{64}\text{Zn}$ 계의 탄성산란 단면적을 잘 설명하였다. 이 결과로부터 우리는 중성자 과잉 핵종의 중핵반응을 설명하기 위해서는 쿨롱 쌍극자 들뜸 및 원거리 핵퍼텐셜을 고려해야함을 알 수 있었다. 마지막으로 라온 (RAON) 가속기를 이용하여 수행할 수 있는 핵반응 실험 한 가지를 소개하였다.

PACS numbers: 24.10.-i, 25.70.Jj

Keywords: 결합채널, 광학모델, 중핵반응, 중성자 과잉 핵종, 쿨롱 들뜸 퍼텐셜, 원거리 핵퍼텐셜

I. 서론

1970년대 초반을 전후해서 입자가속기의 발달은 많은 중핵반응 실험을 가능하도록 했으며, 그 결과 입사핵과 표적핵 사이의 복잡한 충돌과정을 이해하는데 많은 도움을 주었다 [1]. 초기의 실험들은 대부분 단단하게 묶인 입사핵종 (tightly bound nuclei) 과 매우 무거운 표적핵을 이용한 중핵반응 실험들이 주를 이루었다 [2,3]. 하지만, 1980년 중반 이후, 실험 기술들의 발달로 인해 방사성동위원소 빔들의 생산이 가능해져서 중성자 과잉 핵종 (neutron rich nuclei) 및 양성자 과잉 핵종 (proton rich nuclei) 와 같은 핵자 간의 결합력이 약한 느슨하게 묶인 입사핵종 (weakly bound nuclei) 과 무거운 표적핵과의 중핵반응 실험들이 가능해 졌다 [4-6].

특히, 이런 느슨하게 묶인 핵종들과 무거운 표적핵과의 중핵반응 양상은 이전의 단단하게 묶인 핵종에서 얻어지는 핵반응 형태와는 상당히 다른 결과를 보여주고 있다. 또한, 이들 중핵반응을 통해 얻은 핵반응 정보로부터 핵물질 및 핵구조에 대한 많은 정보를 얻었으며, 향후에도 중핵반응 연구를 통해 핵구조에 대한 중요한 많은 정보를 제공받을 수 있으리라 여겨진다.

지금까지, 이들 중핵반응에 대해 많은 이론적 연구들이 진행되었다. 본 연구에서는, 특히 저에너지 중핵반응에 중점을 두고 논의를 진행한다. 그 중 가장 많이 취급되고 있는 방법으로는 결합 채널 방법 (coupled-channel method, CC) 과 광학 모델 방법 (optical model method, OM) 등이 널리 사용되고 있다. 본 연구에서는 이들 저에너지 중핵반응의 이론적 기술방법인 결합채널 및 광학모델 방법에 대해 간략히 기술하고 이 방법들을 이용하여 실제 계산된 결과 및 관련데이터를 소개하고자 한다. 그리고 마지막으로 라온가속기를 이용하여 얻을 수 있는 중핵충돌 실험의 한 예를 소개하는 것으로 이 연구를 맺고자 한다.

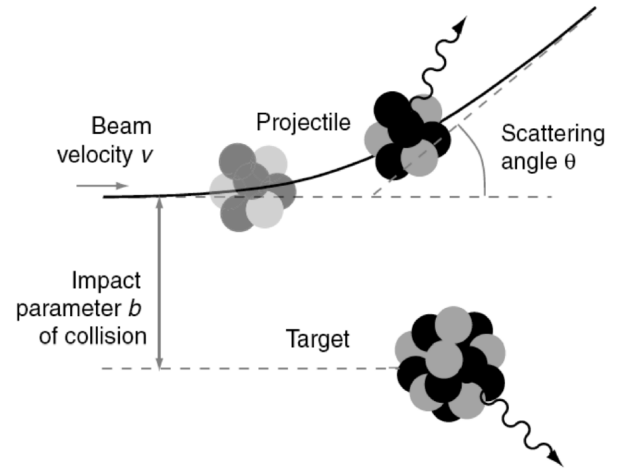


Fig. 1. Brief picture of nuclear reaction. Projectile and target are interacted by Coulomb and nuclear potential. By interactions, projectile has scattering angle θ which is related with impact parameter b .

II. 중핵반응의 이론적 방법

일반적으로, 입사핵과 표적핵 사이의 중핵 충돌을 통해 다양한 반응 채널들을 얻을 수 있다. Fig. 1은 두 핵이 충돌하는 상황을 개략적으로 보여주고 있다. 저에너지 중핵반응에 있어서 두 핵이 충돌할 때는 두 핵이 갖는 전하로 인해 척력인 쿨롱력과 핵자들 사이의 인력인 핵력의 영향을 받는다. 특히, 충돌 영역을 결정짓는 충돌계수 (impact parameter; b)는 중핵반응의 양상에 중요한 영향을 미친다. 예를 들면 충돌계수가 매우 클 경우에는 두 핵은 결코 부딪히지 않고 쿨롱 궤도를 따라가는 탄성산란 (elastic scattering)이 우세하지만, 충돌계수가 점점 작아져 두 핵이 스치고 지나가면 핵력이 작용하여 입자들이 전달되는 전달반응 (transfer reaction)이나 들뜸 현상 등과 같이 준탄성산란 (quasi-elastic scattering)이 일어나며, 입사핵이 아주 약하게 결합된 양성자 또는 중성자 과잉핵들에 있어서는 약하게 결합된 최외각 양성자 또는 중성자들이 분리되는 분리반응 (breakup reaction) 등도 일어날 수 있다. 마지막으로 충돌계수가 매우 작아 거의 정면충돌을 할 경우, 두 핵은

*E-mail: cheoun@ssu.ac.kr

융합하여 복합핵을 형성하는 핵융합 반응 (nuclear fusion reaction)이 일어난다 [1]. 따라서 중핵반응에 있어서 입사 핵의 입사에너지와 충돌계수에 따라 다양한 반응채널들이 열릴 수 있다.

1. 결합채널 방법

만일 모든 열린채널 (open channel)을 고려하면 페쉬바흐 형식 (Feshbach formalism) [7]으로부터 얻어진 결합채널 방정식은

$$[E_\beta - T_\beta - (U_0)_{\beta\beta}] \chi_\beta^{(+)} = \sum_{\beta' \neq \beta} (U_0)_{\beta\beta'} \chi_{\beta'}^{(+)} \quad (1)$$

으로 쓸 수 있다 [1]. 여기서, E_β 와 T_β 은 β 채널에서의 총에너지 (total energy)와 운동에너지 연산자 (kinetic energy operator)이다. 이들 결합채널 방정식에서의 상호작용은 핵퍼텐셜과 쿨롱퍼텐셜을 모두 포함하는 행렬형태의 $(U_0)_{\beta\beta'}$ 퍼텐셜이다. 주의할 점은 퍼텐셜 $(U_0)_{\beta\beta'}$ 는 $(U_0)_{\beta\beta'} = (V_0)_{\beta\beta'} + i(W_0)_{\beta\beta'}$ 와 같이 실수부와 허수부로 나눌 수 있다는 것이다. 이때, $W_{\beta\beta'}$ 는 β 채널에서 β' 채널로 가는 흡수반응과 관계가 있다. $\chi_\beta^{(+)}$ 는 상대적인 외부 진행파 (relative outgoing-wave)로 β 에 대한 결합 채널 방정식의 해이다. 이 중에서 비대각화 부분들 (off-diagonal parts; $\beta \neq \beta'$) $(U_0)_{\beta\beta'}$ 은 $\{\beta\}$ 집합 내에서 다양한 채널들 사이의 결합을 제공한다. 여기서, $(W_0)_{\beta\beta'}$ 는 일반적으로 β 채널들로부터 $\beta' \neq \beta$ 채널들로 가는 핵융합반응과 관계된다. 실제, 총 핵융합단면적 (total fusion cross section) σ_{TF} 은

$$\sigma_{TF} = \frac{2}{\hbar v} \sum_{\beta\beta'} \langle \chi_\beta^{(+)} | (W_0)_{\beta\beta'} | \chi_{\beta'}^{(+)} \rangle \quad (2)$$

으로 주어진다 [1,8-11]. 여기서, v 는 탄성 채널에서의 상대적 속도이다.

2. 광학모델 방법

일반적으로, 결합채널 방법은 중핵반응의 이론적 기술에 있어 좋은 방법을 제시해 주었지만, 실제 계산에 있어서는 실험으로부터 얻은 모든 채널들을 고려해야하기에 정확한 계산을 하기에는 어려운 부분이 많다. 이 문제를 해결하기 위해 단일채널 축소 (one channel reduction)을 통해, 문제를 간단하게 기술하고자 하는 시도들이 있었다 [9].

만일, 들어가는 채널과 나오는 채널이 같은 탄성산란 (elastic scattering channel, $\beta = \alpha$)을 고려하면, 탄성산란

채널을 제외한 나머지 모든 채널들은 흡수채널 (absorption channel)들로 간주할 수 있다. 이 경우, 식 (1)로부터, 결합 채널 방정식은 탄성산란 채널 ($\beta = \alpha$)에 대한 단일채널 방정식

$$[E - T_\alpha - U_\alpha(E)] \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{k}_\alpha, \mathbf{r}_\alpha) = 0, \quad (3)$$

과 같은 형태로 쓸 수 있으며, 탄성산란 채널인 α 채널의 광학퍼텐셜 $U_\alpha(E)$ 는

$$U_\alpha(E) = V_\alpha(E) + iW_\alpha(E). \quad (4)$$

이 된다. 여기서, $W_\alpha(E)$ 은 탄성산란을 제외한 나머지 채널들과 관련된 흡수반응 퍼텐셜을 허수퍼텐셜로 표현한 것이다. 이와 같이, 허수부 $W_\alpha(E)$ 을 포함하는 퍼텐셜을 이용하여 탄성산란을 기술하는 방법을 광학 모델 방법이라고 한다.

광학퍼텐셜 $U_\alpha(E) = V_\alpha(E) + iW_\alpha(E)$ 를 이용하면, 총 흡수단면적 σ_A 는

$$\sigma_A = \frac{2}{\hbar v} \langle \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}_\alpha) | W_\alpha | \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}_\alpha) \rangle, \quad (5)$$

와 같이 쓸 수 있다. 이것은 탄성 산란에서 사라진 선속의 총량에 대한 정보를 가지고 있다. 흡수 단면적은 분리반응 (breakup reaction), 전달반응 (transfer reaction), 입사핵의 일부가 표적핵과 핵융합을 하는 불완전 핵융합 (incomplete fusion) 등과 같은 직접 반응 산란 단면적 σ_D 과 입사핵 전체가 표적핵과 핵융합을 하는 완전 핵융합에 의한 완전 핵융합 단면적 σ_{CF} 의 합 ($\sigma_A = \sigma_D + \sigma_{CF}$)으로 생각할 수 있다. 따라서 식 (5)를 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \sigma_A &= \frac{2}{\hbar v} \langle \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}_\alpha) | (W_D + W_F) | \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}_\alpha) \rangle \\ &= \sigma_D + \sigma_{CF}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\sigma_D = \frac{2}{\hbar v} \langle \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}_\alpha) | W_D | \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}_\alpha) \rangle, \quad (7)$$

그리고

$$\sigma_{CF} = \frac{2}{\hbar v} \langle \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}_\alpha) | W_F | \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}_\alpha) \rangle \quad (8)$$

와 같이 표현될 수 있다. 여기서, W_D 와 W_F 은 각각 흡수퍼텐셜 W_α 에서 직접반응퍼텐셜과 완전 핵융합퍼텐셜을 의미한다 [8,9]. 또한, 총 핵융합단면적 σ_{TF} 은 완전 핵융합단면적 σ_{CF} 과 불완전 핵융합단면적 σ_{ICF} 의 합 ($\sigma_{TF} = \sigma_{CF} + \sigma_{ICF}$)을 의미한다.

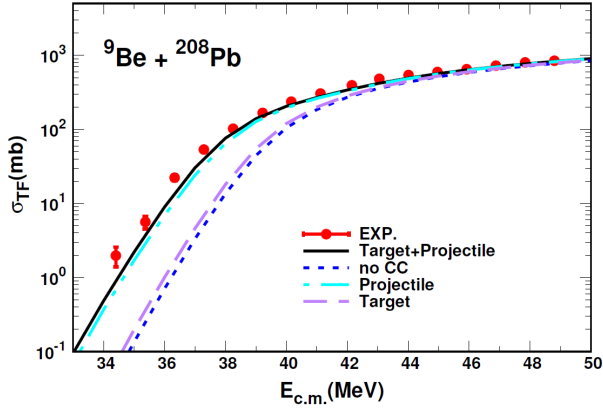


Fig. 2. (Color online) Total fusion cross section for ${}^9\text{Be} + {}^{208}\text{Pb}$ system. Solid (black) line is the result by the coupled-channel method including both the projectile and target nuclei excitations and dashed (blue) line is the result without the CC effect. Dash-dotted (cyan) and dotted (purple) lines are the results including only projectile and only target excited states, respectively. The experimental fusion cross section data are taken from Ref. 14.

III. 모델을 이용한 계산 결과

1. 결합채널 방법

일반적으로 핵융합 반응에서 결합 효과를 고려한 결합채널 방정식은 식 (1)으로부터

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{J(J+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V_N^{(0)}(r) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + \varepsilon_n - E \right] \psi_n(r) + \sum_m V_{nm}(r) \psi_m(r) = 0, \quad (9)$$

으로 쓸 수 있다 [12]. 여기서, μ , J , ε_n , 그리고 E 들은 각각 환산 질량 (reduced mass), 총 각운동량 (total angular momentum), n 번째 채널의 들뜸 에너지 (excitation energy of the n -th channel), 그리고 입사 에너지 (incident energy)를 의미한다. 그리고 Z_1 및 Z_2 은 입사핵과 표적핵의 전하량이며, $\psi_n(r)$ 은 경계조건 (boundary condition) 들을 만족하는 결합채널 방정식에서 n 번째 파동함수를 의미한다. $V_N^{(0)}(r)$ 은 우드-삭슨 (Woods-Saxon) 형태의 핵 퍼텐셜로서 실험으로부터 측정된 탄성산란 단면적의 피팅 (fitting)으로부터 구할 수 있다. 하지만, 본 연구에서는 포괄적이며 일반적으로 사용되고 있는 Akyüz-Winther (AW) 퍼텐셜 [13]을 사용할 것이다. 참고로, AW 퍼텐셜은 핵 및 쿨롱퍼텐셜의 허수부를 고려하는 것이 아니라 실수부를 고려하여 장벽투과모델 (barrier penetration model, BPM)로부터 입사파 경계조건 (incoming wave boundary condition, IWBC)을 구하고 이것을 이용하여 장벽을 통과하는 확률과 관련된 투과계수 (transmission coefficient)를 얻은

Table 1. Parameter sets for total fusion cross section of CC method for ${}^9\text{Be} + {}^{208}\text{Pb}$ system. Internal excited states and coupled parameters β_λ for CC method are referred from Refs. [17,18]. Note that ε_x in $\varepsilon_x(E\lambda; \text{Band})$ means an excited energy for $E\lambda$ multipole states. Band means collective motions, *i.e.*, vibrational (Vi.) or rotational band (Ro.) for projectiles.

Projectile excitation		Target excitation	
$\varepsilon_x(E\lambda; \text{Band})$ (MeV)	β_2	$\varepsilon_x(E\lambda; \text{Band})$ (MeV)	β_3
2.43(E2; Ro.) [17]	0.875	2.616(E3; Vi.) [18]	0.111

후, 그것으로부터 투과율 (penetrability)을 구하고 이 값과 비례하는 총 핵융합 단면적을 구하는 방법이다 [12]. 결합 행렬 요소 (coupling matrix element)인 퍼텐셜 $V_{nm}(r)$ 은 핵퍼텐셜 부분 $V_{nm}^{(N)}$ 과 쿨롱퍼텐셜 부분 $V_{nm}^{(C)}$ 으로 구성되어 있으며, 두 퍼텐셜 또한 회전 결합 (rotational coupling) 및 진동 결합 (vibrational coupling) 모드 (mode)로 구분할 수 있다 (자세한 내용은 참고문헌 [12] 참조).

참고문헌 [15]에서 우리는 결합 채널 방법을 이용하여 ${}^9\text{Be} + {}^{208}\text{Pb}$ 계의 총 핵융합 단면적 σ_{TF} 을 계산하였다. Fig. 2는 입사에너지에 따른 총 핵융합 단면적을 보여주는 데, 바닥상태와 입사핵 및 표적핵의 들뜸 상태와 결합채널을 모두 고려하여 얻은 계산 결과가 실험적으로 측정된 총 핵융합단면적을 잘 재현함을 볼 수 있다. 실제, 입사핵과 표적핵의 들뜸 상태 (excited state)를 모두 고려한 검은 실선은 실험 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다. 특히, 하늘색의 쇄선 (dash-dotted (cyan) line)으로부터 표적핵의 들뜸보다는 입사핵의 들뜸이 훨씬 강력한 결합을 이루는 것을 볼 수 있다.

이 계산을 위해 우리는 핵 퍼텐셜 $V_N^{(0)}(r)$ 의 변수 집합 V_0 , r_0 , 그리고 a_0 를 각각 52.10 MeV, 1.178 fm, 그리고 0.636 fm를 사용하였다 [13]. 그리고 입사핵과 표적핵의 들뜸과 관련된 다중극 찌그러짐 계수 (multipole deformation parameter, β_λ)를 얻기 위해 실험적으로 얻은 다중극 들뜸 확률 (multipole excitation probability, $B(E\lambda; \uparrow)$) [16]

$$[B(E\lambda; \uparrow)]^{1/2} = \frac{3Z_i e}{4\pi} \beta_\lambda R_C^\lambda. \quad (10)$$

을 이용하였다. Table 1은 입사핵과 표적핵의 가장 낮은 들뜸 상태 (low-lying excited state)의 찌그러짐 계수를 보여준다.

2. 광학모델 방법

식 (3)으로부터 광학퍼텐셜을 포함하는 광학모델 방정식 [8,9]은

$$[E - T_l(r)]\chi_l^{(+)}(r) = U_{OM}(r)\chi_l^{(+)}(r) \quad (11)$$

과 같이 쓸 수 있다. 이 때, $T_l(r)$ 은 운동에너지 연산자를 의미한다. 그리고 광학퍼텐셜 $U_{OM}(r)$ 은 일반적으로 핵 퍼텐셜과 쿨롱퍼텐셜의 합

$$\begin{aligned} U_{OM}(r) &= U_C(r) - U_0(r) \\ &= U_C(r) - [V_0(r) + iW_0(r)] \end{aligned} \quad (12)$$

으로 쓸 수 있다. 이 중에서 핵퍼텐셜 부분인 $U_0(r)$ 은 실수 부분인 $V_0(r)$ 과 허수 부분인 $W_0(r)$ 로 구성되어 있으며, 허수부는 탄성 산란을 제외한 비탄성 산란, 분리반응, 핵융합 반응 등과 관련된 퍼텐셜이다.

일반적으로, 입사핵이 ^{10}Be , ^{12}C , ^{16}O 등과 같이 단단하게 묶인 핵종의 경우, 식 (12) 내의 광학퍼텐셜 $U_0(r)$ 은 우드-삭슨 형태의 단거리 핵 (short range nuclear, SRN) 퍼텐셜

$$U_0(r) = U_0^{sh}(r) = V_0^{sh}(r) + iW_0^{sh}(r) \quad (13)$$

을 이용하여 실험적으로 얻은 탄성산란 단면적을 잘 설명할 수 있음을 알 수 있었다 (자세한 내용은 참고문헌 [19]의 Fig. 1 참조). 실제 계산에서는 실험적으로 얻은 탄성산란 단면적에 대해 χ^2 분석 방법을 이용하여 광학퍼텐셜의 변수들 [실수부와 허수부의 반경 (radius), 깊이 (depth), 분산 (diffuseness)]을 결정하면 된다.

하지만, 중성자 분리 에너지 (neutron separation energy) S_n 가 0.5 MeV 정도인 ^{11}Be 과 같은 느슨하게 묶인 핵 ($^{11}\text{Be} \rightarrow ^{10}\text{Be} + n$)의 경우, 식 (13)에 있는 SRN 퍼텐셜만으로는 중핵반응의 탄성산란 단면적을 설명하기는 어렵다. 이들 핵종의 특징은 중심핵 (core nuclei)과 멀리 떨어져 약하게 결합되어 있는 최외각 (valence) 중성자나 양성자가 존재한다는 것이다. 그리고 이들 중성자 또는 양성자가 외부의 쿨롱력이나 핵력에 의해 먼 영역에서부터 쉽게 분리반응이 일어나 탄성산란 채널이 다른 채널들로 흡수되는 것이 특징이다. 이러한 현상을 설명하기 위해서는 기존의 단거리 핵퍼텐셜에 추가적으로 원거리 상호작용과 관련된 쿨롱 들뜸 (Coulomb dipole excitation, CDE)

$$\begin{aligned} U_{CDE}(r) &= V_{CDE}(r) + iW_{CDE}(r) \\ &= \frac{4\pi Z_2^2 e^2}{9} \frac{1}{\hbar v} \frac{1}{(r - a_0)^2 r} \int_{\epsilon_b}^{\infty} d\epsilon \frac{dB(E1)}{d\epsilon} \\ &\quad \times \left[g \left(\frac{r}{a_0} - 1, \xi \right) + i f \left(\frac{r}{a_0} - 1, \xi \right) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

및 원거리 핵 (long range nuclear, LRN) 퍼텐셜

$$U_0^{lo}(r) = V_0^{lo}(r) + iW_0^{lo}(r) \quad (15)$$

들이 필요하다. 여기서, 원거리 퍼텐셜은 원거리에서부터 일어나는 입사핵과 표적핵 사이의 쿨롱 들뜸 및 입사핵의

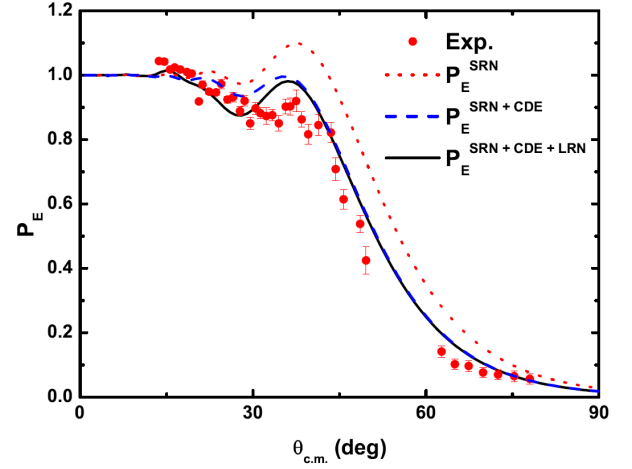


Fig. 3. (Color online) P_E as a function of the scattering angle $\theta_{c.m.}$ for $^{11}\text{Be}+^{64}\text{Zn}$ system. Solid(Black), dashed(blue), and dotted(red) lines are calculated ratios P_E obtained using the SRN+CDE+LRN, SRN+CDE, and SRN potentials, respectively. Circles(red) represent experimental quasielastic scattering data for $^{11}\text{Be}+^{64}\text{Zn}$ system taken from Ref. [21].

중심핵 (core nuclei)으로부터 멀리 떨어진 최외각 중성자와 표적핵 사이의 강력한 핵력을 기술하기 위해 도입된 퍼텐셜이다. 여기서, 쿨롱 쌍극자 들뜸 퍼텐셜의 허수부는

$$f \left(\frac{r}{a_0} - 1, \xi \right) = 4\xi^2 \left(\frac{r}{a_0} - 1 \right)^2 e^{-\pi\xi} K_{2i\xi}'' \left[2\xi \left(\frac{r}{a_0} - 1 \right) \right]$$

으로 표현되며, 실수부 $g \left(\frac{r}{a_0} - 1, \xi \right)$ 는 허수부와 분산관계식 (dispersion relation)을 통해 얻어진다 [20]. a_0 는 두 핵이 가장 가까워지는 거리이며, K'' 은 특수함수인 수정된 베셀 함수(modified Bessel function)의 2차 미분을 의미한다. 또한, $\xi = a_0\epsilon/\hbar v$ 는 단열성 변수 (adiabatic parameter)를 의미한다 [20].

Fig. 3은 측정된 $^{11}\text{Be}+^{64}\text{Zn}$ 계의 탄성산란 단면적을 단거리, 쿨롱 들뜸, 그리고 원거리 퍼텐셜을 이용하여 이론적 계산결과와 비교한 것이다. 그림에서 보는 것처럼, 단거리 핵 퍼텐셜을 고려한 계산 결과 (빨간 점선)만으로는 실험으로 얻은 탄성산란 단면적 (빨간 원)을 설명할 수 없음을 볼 수 있다. 따라서 추가적인 퍼텐셜의 도입이 필요하여 일차적으로 쿨롱 쌍극자 들뜸 퍼텐셜을 추가하였다. 그 결과가 Fig. 3의 파란 쇠선이다. 하지만, 여전히 작은 산란각 (small scattering angle) 영역에서는 실험 결과를 만족하지 못하기에 추가적으로 원거리 핵퍼텐셜을 고려하여 계산을 했는데, 그 결과가 검은 실선이다. Fig. 3에서 보는 것과 같이 짧은 범위 핵 퍼텐셜과 쿨롱 쌍극자 여기 퍼텐셜을 고려했을 때 보다 훨씬 실험 결과를 잘 기술하는 것을 확인할 수 있다. 긴 범위 핵 퍼텐셜과 짧은 범위 핵 퍼텐셜의

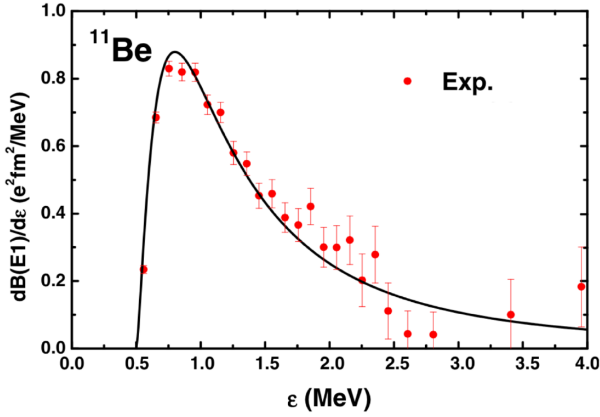


Fig. 4. (Color online) $B(E1)$ distribution for ^{11}Be obtained from Eq. (18) compared with the experimental data taken from Refs. 22,23. Solid line represents the $B(E1)$ distributions obtained from Eq. (18).

가장 큰 차이점은 퍼텐셜의 변수값인 a_0^{lo} 또는 r_0^{lo} 가 일반적으로 사용되는 변수값의 범위 보다 크다는 점이다. Fig. 3의 경우, $a_0^{lo} = 2.0$ fm 및 $r_0^{lo} = 3.3$ fm로 단거리 핵 퍼텐셜 $a_0^{sh} = 0.7$ fm 및 $a_0^{sh} = 1.2$ fm보다 훨씬 길다.

IV. 라온가속기 이용을 통해 가능한 핵반응 실험

앞서 언급한 것처럼 ^{11}Be 핵은 중심핵으로부터 멀리 떨어져 있는 최외각 중성자를 갖는 달무리 (halo) 구조를 지니는 느슨하게 묶인 핵종이다. 이러한 핵종들로는 ^6He , ^{11}Li , ^{14}Be 등이 있다. 이들 핵종들을 입사핵으로 두고 무거운 표적핵과 충돌 실험을 하면 표적핵의 강한 쿨롱력에 의해 중심핵의 경우 쿨롱 척력이 작용하지만, 최외각 중성자의 경우 전기적 성질을 띠지 않아 쿨롱력을 느끼지 못하여 중심핵과 최외각 중성자의 진행 속도의 차이가 생겨 강한 분리반응이 일어난다. 이 과정에서 중심핵과 최외각 중성자 사이에는 쿨롱 쌍극자 형태를 지니게 되며, 아주 낮은 들뜸 에너지에서도 쉽게 분리가 된다.

Fig. 4는 식 (14)를 이용하여 실험적으로 얻은 ^{11}Be 의 중심핵 ^{10}Be 과 최외각 중성자 사이에서 발생된 쿨롱 쌍극자의 전이 확률 분포 $dB(E1)/d\epsilon$ (빨간 원)를 이론적으로 얻은 계산 결과 (검은 실선)와 비교한 것이다. 주의할 점은 중성자 분리 에너지 $S_n = 0.5$ MeV 이상의 연속상태 (continuum state)에서 낮은 들뜸 에너지 ϵ 를 갖는 많은 쿨롱 쌍극자 들뜸 상태가 보인다는 것이다. 이 상태들은 표적핵에 의한 쿨롱장 (coulomb field) 내의 입사핵의 전자 기적 들뜸에 대한 단면적 [24–26]

$$\frac{d^2\sigma_c}{d\epsilon d\Omega} = \frac{dN_{E1}(\epsilon, \Omega)}{d\Omega} \frac{\sigma_{E1}(\epsilon)}{\epsilon} \quad (16)$$

및 광학 단면적 (photonuclear cross section)

$$\sigma_{E1}(\epsilon) = \frac{16\pi^3}{9\hbar c} \epsilon \frac{dB(E1)}{d\epsilon} \quad (17)$$

을 통해 얻을 수 있다. 또한, 실험 결과와 이론적으로 얻은 쌍극자 전이 확률 분포

$$\frac{dB(E1)}{d\epsilon} = N \frac{\sqrt{\epsilon_b}(\epsilon - \epsilon_b)^{3/2}}{\epsilon^4} \quad (18)$$

와 비교해 볼 수 있다.

하지만, 현재까지 이러한 중성자 또는 양성자 과잉 핵종들의 쌍극자 전이 확률 분포에 대한 실험 결과들은 ^6He , ^{11}Li , 그리고 ^{11}Be 정도만 존재하며, 특히 ^8B , ^{17}F 등과 같은 양성자 과잉 핵종에 대해서는 전무하다. 따라서 라온가속기의 구축을 통해 쌍극자 전이 확률 분포를 실험적으로 측정할 수 있다면 달무리 구조를 지니는 느슨하게 묶인 중성자 또는 양성자 과잉 핵종들의 핵구조 및 핵반응 연구에 있어서 매우 중요한 자료를 제공해 줄 것으로 생각된다.

V. 결론

우리는 중핵반응을 설명할 수 있는 결합채널 및 광학모델 방법에 대한 이론적 설명 및 이것을 이용하여 실제 계산에 적용된 예를 가지고 두 방법에 대해 설명을 했다. 특히, 달무리 구조를 지니는 느슨하게 묶인 핵종인 ^{11}Be 핵과 무거운 표적핵과의 핵반응의 예를 통해, 쿨롱 들뜸 퍼텐셜과 원거리 핵퍼텐셜의 필요성에 대해 설명했다. 이러한 중성자 또는 양성자 과잉 핵종에 대한 연구는 그 자체로 핵 구조에 대한 이해를 넓혀 줄 뿐만 아니라, 최근 여러 관측 자료로부터 별 내부에서 무거운 핵종을 만들 때 작용하는 다양한 중핵 반응들에 대한 이해에 있어서도 상당히 중요한 역할을 할 것으로 기대된다.

감사의 글

이 논문은 2016년도 강원대학교 대학회계 학술연구조성비로 연구하였습니다 (관리번호-620160121). 이 논문은 한국연구재단 The National Research Foundation of Korea (Grant No. NRF-2016R1C1B1012874)에 의해서 도움 받았습니다.

REFERENCES

- [1] B. T. Kim, *Heavy Ion Reaction* (Minumsa, Seoul, 1992).
- [2] F. Videbaek, R. B. Goldstein, L. Grodzins, S. G. Steadman and T. A. Belote *et al.*, *Phys. Rev. C* **15**, 954 (1977).
- [3] A. M. Stefanini, D. Bonamini, A. Tivelli, G. Montagnoli and G. Fortuna *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2852 (1987).
- [4] J. J. Kolata, V. Guimarães, D. Peterson, P. Santi and R. White-Stevens *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4580 (1998).
- [5] N. Keeley, S. J. Bennett, N. M. Clarke, B. R. Fulton and G. Tungate *et al.*, *Nucl. Phys. A* **571**, 326 (1994).
- [6] C. Signorini, Z.H. Liu, Z.C. Li, K.E.G. Löbner, L. Müller *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **5**, 7 (1999).
- [7] H. Feshbach, *Ann. Phys.* **19**, 287 (1962).
- [8] T. Udagawa and T. Tamura, *Phys. Rev. C* **29**, 1922 (1984).
- [9] T. Udagawa, B. T. Kim, and T. Tamura, *Phys. Rev. C* **32**, 124 (1985).
- [10] G. R. Satchler and W. G. Love, *Phys. Rep.* **55**, 183 (1979).
- [11] G. R. Satchler, M. A. Nagarajan, J. S. Lilley and I. J. Thompson, *Ann. Phys.* **178**, 110 (1987).
- [12] K. Hagino, N. Rowley and A. Kruppa, *Comput. Phys. Commun.* **123**, 143 (1999).
- [13] Ö. Akyüz and A. Winther, in *Proceedings of the Enrico Fermi School of Physics 1979* (1981).
- [14] M. Dasgupta, P. R. S. Gomes, D. J. Hinde, S. B. Moraes and R. M. Anjos *et al.*, *Phys. Rev. C* **70**, 024606 (2004).
- [15] K.-S. Choi, M.-K. Cheoun, K. S. Kim, T. H. Kim and W. Y. So, in press, *J. Korean Phys. Soc.* (2017).
- [16] B.-T. Kim, *Phys. Lett. B* **80**, 353 (1979).
- [17] V. V. Parkar, R. Palit, S. K. Sharma, B. S. Naidu and S. Santra *et al.*, *Phys. Rev. C* **82**, 054601 (2010).
- [18] M. Martin, *Nucl. Data Sheets* **108**, 1583 (2007).
- [19] W. Y. So, K. S. Kim, K. S. Choi and M.-K. Cheoun, *Phys. Rev. C* **92**, 014627 (2015).
- [20] M. V. Andrés, J. Gómez-Camacho and M. A. Nagarajan, *Nucl. Phys. A* **579**, 273 (1994).
- [21] A. Di Pietro, G. Randisi, V. Scuderi, L. Acosta and F. Amorini *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 022701 (2010).
- [22] N. Fukuda, T. Nakamura, N. Aoi, N. Imai and M. Ishihara *et al.*, *Phys. Rev. C* **70**, 054606 (2004).
- [23] R. de Diego, J. M. Arias, J. A. Lay and A. M. Moro, *Phys. Rev. C* **89**, 064609 (2014).
- [24] K. Alder and A. Winther, *Electromagnetic Excitation* (North-Holland, Amsterdam, 1975).
- [25] C. A. Bertulani and G. Baur, *Phys. Rep.* **163**, 299 (1988).
- [26] D. Sackett, K. Ieki, A. Galonsky, C. A. Bertulani and H. Esbensen *et al.*, *Phys. Rev. C* **48**, 118 (1993).